



سایت ویژه ریاضیات [www.riazisara.ir](http://www.riazisara.ir)

درسنامه ها و جزوه های ریاضی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

و...

کانال سایت ریاضی سرا در تلگرام:

<https://t.me/riazisara>



(@riazisara)

۱- اگر  $\cot \frac{\alpha}{2} = 2$  باشد حاصل  $\left( \sin \frac{\alpha}{2} + \cos \frac{\alpha}{2} \right)^2$  چقدر است؟

$\frac{9}{5}$  (۴)

$\frac{7}{3}$  (۳)

$\frac{4}{5}$  (۲)

$\frac{4}{3}$  (۱)

۲- در مثلث  $ABC$  داریم:  $A = \frac{\pi}{2}$  و  $AC = 1$  فاصله رأس  $B$  از پای ارتفاع  $AH$  چقدر است؟

$\cos^2 C$  (۴)

$\sin^2 C$  (۳)

$\cos C \cdot \tan C$  (۲)

$\sin C \cdot \tan C$  (۱)

۳- حاصل عبارت  $\frac{\sin 52^\circ \cos 26^\circ}{(1 + \cos 52^\circ)(1 + \cos 26^\circ)}$  برابر است با:

$\tan 26^\circ$  (۴)

$\tan 13^\circ$  (۳)

$\tan 64^\circ$  (۲)

$\tan 77^\circ$  (۱)

۴- اگر  $p = \cos x \cos 2x \cos 4x \cos 8x \cos 16x$  آنگاه حاصل  $p \sin x$  به ازای  $x = \frac{\pi}{96}$  چقدر است؟

$\frac{\sqrt{3}}{64}$  (۴)

$\frac{\sqrt{3}}{32}$  (۳)

$\frac{1}{32}$  (۲)

$\frac{1}{64}$  (۱)

۵- حاصل عبارت  $\tan x - \cot x + 2 \tan 2x + 4 \tan 4x + 8 \tan 8x$  به ازای  $x = \frac{\pi}{24}$  کدام است؟

$-\frac{16\sqrt{3}}{3}$  (۴)

$-16\sqrt{3}$  (۳)

$\frac{16\sqrt{3}}{3}$  (۲)

$16\sqrt{3}$  (۱)

۶- اگر  $\frac{1 + \sin x}{1 - \sin x} = \frac{1}{4}$  آنگاه مقدار  $\tan \frac{x}{2}$  کدام می تواند باشد.

۳ (۴)

۱ (۳)

-۱ (۲)

-۳ (۱)

۷- اگر  $\frac{a}{\sin^2 x} - \frac{b}{\sin^4 x} = \cot^2 x + \cot^4 x$  یک اتحاد باشد  $a + b$  کدام است.

-۱ (۴)

۱ (۳)

صفر (۲)

-۲ (۱)

۸- مقدار عددی  $(\cot 1^\circ - \tan 1^\circ)^2 (1 - 2 \tan 2^\circ \cot 4^\circ)$  کدام است.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۹- در مثلثی  $1 - \cos 2C = \tan C$  آنگاه:

$C = 90^\circ$  (۴)

$C = 45^\circ$  (۳)

$C = 60^\circ$  (۲)

$C = 30^\circ$  (۱)

۱۰- در مثلث قائم الزویه  $ABC$ ،  $(\hat{A} = 90^\circ)$  مقدار  $\tan \frac{C}{2}$  چقدر است.

$\frac{a+b}{c}$  (۴)

$\frac{a}{b+c}$  (۳)

$\frac{c}{a+b}$  (۲)

$\frac{b}{a+c}$  (۱)

۱۱- اگر  $\sin 2x = \frac{4}{5}$  باشد حاصل کسر  $\frac{\tan^2 x + \cot^2 x}{\tan^2 x + \cot^2 x}$  چقدر است.

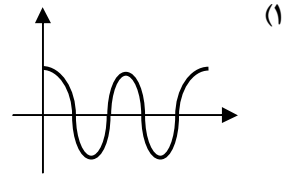
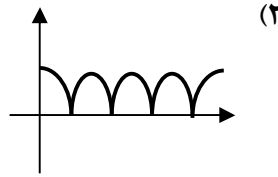
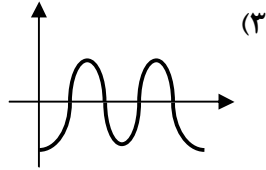
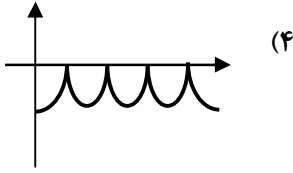
$\frac{17}{25}$  (۴)

$\frac{65}{34}$  (۳)

۱ (۲)

$\frac{34}{25}$  (۱)

۱۲- نمودار تابع  $y = 3 - 6 \sin^2 x$  در بازه  $[0, 2\pi]$  کدام است.



۱۳- اگر  $\alpha$  زاویه در ربع سوم باشد، بطوریکه  $\sin \alpha = \frac{-12}{13}$  مقدار  $\tan \frac{\alpha}{2}$  کدام است.

$\frac{12}{5}$  (۴)

$-\frac{2}{3}$  (۳)

$-\frac{3}{2}$  (۲)

$-\frac{2}{3}, -\frac{3}{2}$  (۱)

۱۴- اگر  $\tan \frac{\alpha}{2} = \frac{1}{2}$  باشد، حاصل  $\left( \sin \frac{\alpha}{2} + \cos \frac{\alpha}{2} \right)^2$  چقدر است.

$\frac{9}{5}$  (۴)

$\frac{7}{3}$  (۳)

$\frac{4}{5}$  (۲)

$\frac{4}{3}$  (۱)

۱۵- حاصل کسر  $\frac{3 \sin x + \sin 2x}{1 + 3 \cos x + \cos 2x}$  کدام است.

$\tan x$  (۴)

$\cot 2x$  (۳)

$\tan 2x$  (۲)

$\cot x$  (۱)

۱۶- حاصل عبارت  $\frac{2(1 + \sin x)}{1 + \cos x}$  کدام است.

$\left(1 - \cot \frac{x}{2}\right)^2$  (۴)

$\left(1 + \tan \frac{x}{2}\right)^2$  (۳)

$\left(1 - \tan \frac{x}{2}\right)^2$  (۲)

$\left(1 + \cot \frac{x}{2}\right)^2$  (۱)

۱۷- عبارت  $8 \sin^2 \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2} - 2 \sin x$  به ازای جمیع مقادیر  $x$  برابر است با:

$-\sin 2x$  (۴)

$\sin 2x$  (۳)

$-\cos 2x$  (۲)

$\cos 2x$  (۱)

۱۸- مقدار عددی  $\cos^4 \frac{\pi}{12} - \sin^4 \frac{\pi}{12}$  برابر است با:

$-\frac{\sqrt{3}}{2}$  (۴)

$\frac{\sqrt{2}}{2}$  (۳)

$\frac{\sqrt{3}}{2}$  (۲)

$\frac{1}{2}$  (۱)

۱۹- اگر  $\cot 15^\circ = 2 + \sqrt{3}$  حاصل  $\frac{2 \sin 165^\circ - \sin 105^\circ}{\cos 345^\circ + \sqrt{3} \cos 255^\circ}$  کدام است.

$-\sqrt{2}$  (۴)

۲ (۳)

$-\frac{\sqrt{3}}{2}$  (۲)

$\frac{\sqrt{3}}{2}$  (۱)

۲۰- حاصل عبارت  $(\cos 15^\circ - \cos 75^\circ)^2 + (\sin 15^\circ + \sin 75^\circ)^2$  برابر است با:

(۱) ۲ (۲)  $2 \sin^2 15^\circ$  (۳)  $2 \cos^2 15^\circ$  (۴)  $\sin^2 15^\circ + 1$

۲۱- با شرط  $\frac{\pi}{2} < x < \frac{3\pi}{4}$  حاصل عبارت  $\sqrt{\cos^2 x - \sin^2 x} + \sqrt{1 + \sin 2x}$  کدام است.

(۱)  $-\sin x$  (۲)  $\sin x + 2 \cos x$  (۳)  $\sin x$  (۴)  $-\sin x - 2 \cos x$

۲۲- ساده شده‌ی عبارت  $\cos 12^\circ \cos 24^\circ \cos 48^\circ$  کدام است.

(۱)  $\frac{1}{16 \sin 6^\circ}$  (۲)  $\frac{1}{8 \sin 6^\circ}$  (۳)  $\frac{8}{\sin 6^\circ}$  (۴)  $\frac{16}{\sin 6^\circ}$

۲۳- حاصل عبارت  $\cos^2 \left(x - \frac{\pi}{4}\right) - \sin x \cos x$  به ازای جمیع مقادیر  $x$  برابر است با:

(۱)  $\frac{1}{2}(\sin 2x + \cos 2x)$  (۲)  $\frac{1}{2}(\cos 2x - \sin 2x)$  (۳)  $\frac{1}{2}$  (۴)  $-\frac{1}{2}$

۲۴- عبارت  $8 \sin^2 \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2} - 2 \sin x$  به ازای جمیع مقادیر  $x$  برابر است با:

(۱)  $\cos 2x$  (۲)  $-\cos 2x$  (۳)  $\sin 2x$  (۴)  $-\sin 2x$

۲۵- اگر  $\cos 4x = a$  باشد، حاصل  $\sin(\pi + x) \sin\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) \sin x \sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right)$  کدام است:

(۱)  $\frac{a-1}{8}$  (۲)  $\frac{1-a}{4}$  (۳)  $\frac{1-a}{8}$  (۴)  $\frac{a-1}{4}$

۲۶- اگر  $\tan \beta = \frac{1}{2}$ ,  $\alpha - \beta = \frac{\pi}{4}$  باشند مقدار  $\sin 2\alpha$  کدام است.

(۱)  $0/45$  (۲)  $0/16$  (۳)  $0/75$  (۴)  $0/8$

۲۷- اگر  $\sin x + \cos x = \frac{1}{2}$  باشد حاصل  $\tan x + \cot x$  کدام است.

(۱)  $\frac{8}{3}$  (۲)  $-\frac{8}{3}$  (۳)  $\frac{16}{3}$  (۴)  $-\frac{16}{3}$

۲۸- اگر  $\frac{\sin x + 2 \cos x}{\sin x - 3 \cos x} = 2$  باشد حاصل  $\frac{1}{\sin x \cos x}$  کدام است.

(۱)  $\frac{65}{8}$  (۲)  $-\frac{65}{8}$  (۳)  $\frac{17}{4}$  (۴)  $-\frac{17}{4}$

۲۹- اگر  $\frac{1 - \sin x}{1 + \sin x} = 4$  باشد مقدار  $\tan \frac{x}{2}$  کدام است.

(۱)  $-3$  (۲)  $2$  (۳)  $-2$  (۴)  $3$

۳۰- حاصل عبارت  $\frac{2(1+\sin x)}{1+\cos x}$  کدام است.

$$\left(1 - \cot \frac{x}{2}\right)^2 \quad (4) \quad \left(1 + \tan \frac{x}{2}\right)^2 \quad (3) \quad \left(1 - \tan \frac{x}{2}\right)^2 \quad (2) \quad \left(1 + \cot \frac{x}{2}\right)^2 \quad (1)$$

۳۱- در اتحاد  $\cos 4x = A \sin^2 x + B \sin^4 x + 1$  حاصل  $\frac{A}{B}$  کدام است.

$$-\frac{1}{2} \quad (4) \quad \frac{1}{2} \quad (3) \quad -1 \quad (2) \quad 1 \quad (1)$$

۳۲- حاصل  $A = \sin^2 \frac{\pi}{10} \left(2 + \tan^2 \frac{\pi}{20} + \cot^2 \frac{\pi}{20}\right)$  کدام است.

$$4 \quad (4) \quad 2 \quad (3) \quad \frac{3}{2} \quad (2) \quad \frac{1}{2} \quad (1)$$

۳۳- اگر  $\frac{\pi}{6} \leq \alpha \leq \frac{\pi}{3}$  باشد، کمترین مقدار  $\frac{1 - \tan^2 \left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right)}{1 + \tan^2 \left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right)}$  کدام است.

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \quad (4) \quad -\sqrt{2} \quad (3) \quad 1 \quad (2) \quad \frac{1}{2} \quad (1)$$

۳۴- اگر  $\tan x = \frac{3}{2} \cot 2x$  باشد، حاصل  $\cos 2x$  کدام است.

$$0.185 \quad (4) \quad 0.18 \quad (3) \quad 0.16 \quad (2) \quad 0.14 \quad (1)$$

۳۵- اگر  $\tan x - \cot x = 4$  باشد، حاصل  $\sin 2x$  کدام است.

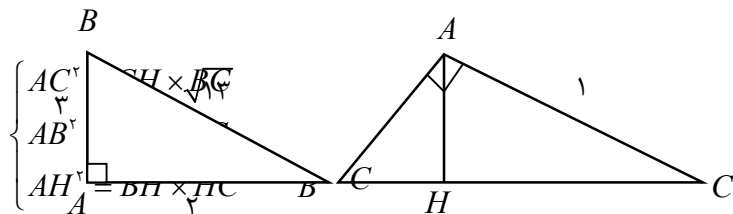
$$\pm \frac{1}{2} \quad (4) \quad \pm \frac{\sqrt{5}}{5} \quad (3) \quad \pm \frac{\sqrt{2}}{2} \quad (2) \quad \pm \frac{\sqrt{3}}{3} \quad (1)$$

حل تست های روابط مثلثاتی  $2\alpha$

۱- گزینه (۴)

$$\cot \frac{\alpha}{2} = 2 \Rightarrow \tan \frac{\alpha}{2} = \frac{1}{2}$$

$$\left( \sin \frac{\alpha}{2} + \cos \frac{\alpha}{2} \right)^2 = 1 + \sin \alpha = 1 + \frac{2 \tan \frac{\alpha}{2}}{1 + \tan^2 \frac{\alpha}{2}} = 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{4}} = 1 + \frac{1}{\frac{5}{4}} = 1 + \frac{4}{5} = \frac{9}{5}$$



۲- گزینه (۱)

AHC مثلث :  $\sin C = \frac{AH}{AC} = \frac{AH}{1}, \cos C = \frac{HC}{AC} = \frac{HC}{1}$

$$AH^2 = BH \times HC \Rightarrow \sin^2 C = BH \times \cos C \Rightarrow BH = \frac{\sin^2 C}{\cos C} = \frac{\sin C}{\cos C} \cdot \sin C = \tan C \cdot \sin C$$

۳- گزینه (۳)

$$\frac{\sin 52^\circ \cos 26^\circ}{(1 + \cos 52^\circ)(1 + \cos 26^\circ)} = \frac{2 \sin 26^\circ \cos 26^\circ \cdot \cos 26^\circ}{(2 \cos^2 26^\circ)(2 \cos^2 13^\circ)} = \frac{\sin 26^\circ}{2 \cos^2 13^\circ} = \frac{2 \sin 13^\circ \cos 13^\circ}{2 \cos^2 13^\circ} = \frac{\sin 13^\circ}{\cos 13^\circ} = \tan 13^\circ$$

۴- گزینه (۳)

$$P \sin x = \underbrace{\sin x \cos x}_{\frac{1}{2} \sin 2x} \underbrace{\cos 2x \cos 4x \cos 8x \cos 16x}_{\frac{1}{2} \sin 4x} \underbrace{\cos 32x \cos 64x \cos 128x}_{\frac{1}{2} \sin 64x} \underbrace{\cos 256x \cos 512x}_{\frac{1}{2} \sin 512x} = \frac{1}{32} \sin 512x$$

$$\xrightarrow{x = \frac{\pi}{96}} P \sin \left( \frac{\pi}{96} \right) = \frac{1}{32} \sin \left( \frac{\pi}{3} \right) = \frac{\sqrt{3}}{32}$$

۵- گزینه (۲)

$$\tan x - \cot x + 2 \tan 2x + 4 \tan 4x + 8 \tan 8x$$

$$= -2 \cot 2x + 2 \tan 2x + 4 \tan 4x + 8 \tan 8x =$$

$$= -4 \cot 4x + 4 \tan 4x + 8 \tan 8x = -8 \cot 8x + 8 \tan 8x$$

$$-16 \cot 16x \xrightarrow{x = \frac{\pi}{24}} -16 \cot \left( \frac{2\pi}{3} \right) = -16 \cot \left( \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{6} \right) = 16 \tan \frac{\pi}{6} = \frac{16\sqrt{3}}{3}$$

۶- گزینه (۱)

$$\frac{1 + \sin x}{1 - \sin x} = \frac{1}{4} \Rightarrow 4 + 4 \sin x = 1 - \sin x \Rightarrow 5 \sin x = -3 \Rightarrow \sin x = -\frac{3}{5} \Rightarrow \frac{2 \tan \frac{x}{2}}{1 + \tan^2 \frac{x}{2}} = -\frac{3}{5} \Rightarrow$$

$$-1 \circ \tan \frac{x}{2} = 3 + 3 \tan^2 \frac{x}{2} \Rightarrow 3 \tan^2 \frac{x}{2} + 1 \circ \tan \frac{x}{2} + 3 = 0 \Rightarrow \left( \tan \frac{x}{2} + 3 \right) \left( 3 \tan \frac{x}{2} + 1 \right) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \tan \frac{x}{2} = -3 \\ \tan \frac{x}{2} = -\frac{1}{3} \end{cases}$$

۷- گزینه (۱)

$$\frac{a}{\sin^2 x} - \frac{b}{\sin^2 x} = \cot^2 x + \cot^2 x = \cot^2 x (1 + \cot^2 x) = \frac{\cos^2 x}{\sin^2 x} \cdot \frac{1}{\sin^2 x} = \frac{\cos^2 x}{\sin^4 x} = \frac{1 - \sin^2 x}{\sin^4 x} =$$

$$\frac{1}{\sin^4 x} - \frac{1}{\sin^4 x} \Rightarrow \frac{a}{\sin^2 x} - \frac{b}{\sin^2 x} = -\frac{1}{\sin^2 x} + \frac{1}{\sin^2 x} = -\frac{1}{\sin^2 x} - \frac{(-1)}{\sin^2 x} \Rightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = -1 \end{cases} \Rightarrow a + b = -2$$

۸- گزینه (۴)

$$\begin{aligned} (\cot 1^\circ - \tan 1^\circ)^2 (1 - 2 \tan 2^\circ \cot 4^\circ) &= (2 \cot 2^\circ)^2 (1 - 2 \tan 2^\circ \cot 4^\circ) = 4 \cot^2 2^\circ (1 - 2 \tan 2^\circ \cot 4^\circ) \\ &= 4 \cot^2 2^\circ - 8 \cot 2^\circ \cot 4^\circ = 4 \cot^2 2^\circ - (4 \cot 2^\circ)(2 \cot 4^\circ) = 4 \cot^2 2^\circ - (4 \cot 2^\circ)(\cot 2^\circ - \tan 2^\circ) = \\ &= 4 \cot^2 2^\circ - 4 \cot^2 2^\circ + \underbrace{4 \cot 2^\circ \tan 2^\circ}_1 = 4 \end{aligned}$$

۹- گزینه (۳)

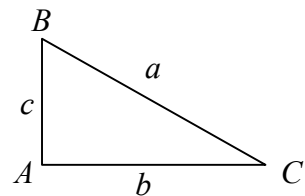
$$1 - \cos 2C = \tan C \Rightarrow 2 \sin^2 C = \frac{\sin C}{\cos C} \Rightarrow 2 \sin C = \frac{1}{\cos C} \Rightarrow 2 \sin C \cdot \cos C = 1 \Rightarrow \sin 2C = 1$$

$$\Rightarrow 2C = \frac{\pi}{2} \Rightarrow C = \frac{\pi}{4}$$

۱۰- گزینه (۲)

$$\tan^2 \frac{C}{2} = \frac{1 - \cos C}{1 + \cos C} = \frac{1 - \frac{b}{a}}{1 + \frac{b}{a}} = \frac{a - b}{a + b} \Rightarrow \tan^2 \frac{C}{2} = \frac{a - b}{a + b} \times \frac{a + b}{a + b} = \frac{a^2 - b^2}{(a + b)^2}$$

$$\xrightarrow{\text{فیثاغورث}} \frac{c^2}{(a + b)^2} \Rightarrow \tan \frac{c}{2} = \frac{c}{a + b}$$



۱۱- گزینه (۱)

$$\frac{\tan^2 x + \cot^2 x}{\tan^2 x + \cot^2 x} = \frac{(\tan x + \cot x)^2 - 2 \tan x \cot x}{(\tan x + \cot x)^2 - 3 \tan x \cot x (\tan x + \cot x)} = \frac{(\tan x + \cot x)^2 - 2}{(\tan x + \cot x)^2 - 3(\tan x + \cot x)}$$

$$= \frac{\left( \frac{2}{\sin 2x} \right)^2 - 2}{\left( \frac{2}{\sin 2x} \right)^2 - 3 \left( \frac{2}{\sin 2x} \right)} = \frac{\left( \frac{2}{\frac{4}{5}} \right)^2 - 2}{\left( \frac{2}{\frac{4}{5}} \right)^2 - 3 \left( \frac{2}{\frac{4}{5}} \right)} = \frac{\left( \frac{5}{2} \right)^2 - 2}{\left( \frac{5}{2} \right)^2 - 3 \left( \frac{5}{2} \right)} = \frac{\frac{17}{4}}{\frac{5}{2} \left( \frac{25}{4} - 3 \right)} = \frac{34}{65}$$

۱۲- گزینه (۱)

$$y = 3(1 - 2 \sin^2 x) = 3 \cos 2x$$

۱۳- گزینه (۲)

$$\sin \alpha = \frac{2 \tan \frac{\alpha}{2}}{1 + \tan^2 \frac{\alpha}{2}} \Rightarrow -\frac{12}{13} = \frac{2 \tan \frac{\alpha}{2}}{1 + \tan^2 \frac{\alpha}{2}}$$



$$\Rightarrow 6 \tan^2 \frac{\alpha}{2} + 13 \tan \frac{\alpha}{2} + 6 = 0 \Rightarrow \left(2 \tan \frac{\alpha}{2} + 3\right) \left(3 \tan \frac{\alpha}{2} + 2\right) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \tan \frac{\alpha}{2} = -\frac{2}{3} \\ \tan \frac{\alpha}{2} = -\frac{3}{2} \end{cases}$$

$$\sin \alpha = -\frac{12}{13} \Rightarrow \pi < \alpha < \frac{3\pi}{2} \rightarrow \frac{\pi}{2} < \frac{\alpha}{2} < \frac{3\pi}{4} \Rightarrow \tan \frac{\alpha}{2} < -1$$

۱۴- گزینه (۴)

$$\begin{cases} \tan \frac{\alpha}{2} = \frac{1}{2} \\ \left(\sin \frac{\alpha}{2} + \cos \frac{\alpha}{2}\right)^2 = 1 + \sin \alpha = 1 + \frac{4}{5} = \frac{9}{5} \end{cases} \quad \text{می دانیم:} \quad \sin \alpha = \frac{2 \tan \frac{\alpha}{2}}{1 + \tan^2 \frac{\alpha}{2}} = \frac{1}{1 + \frac{1}{4}} = \frac{4}{5}$$

۱۵- گزینه (۴)

$$\frac{3 \sin x + \sin 2x}{1 + 3 \cos x + \cos 2x} = \frac{2 \sin x + 2 \sin x \cos x}{2 \cos^2 x + 3 \cos x} = \frac{\sin x (3 + 2 \cos x)}{\cos x (2 \cos x + 3)} = \tan x$$

۱۶- گزینه (۳)

$$\frac{2(1 + \sin x)}{1 + \cos x} = \frac{2 \left(\sin \frac{x}{2} + \cos \frac{x}{2}\right)^2}{2 \cos^2 \frac{x}{2}} = \left(\frac{\sin \frac{x}{2} + \cos \frac{x}{2}}{\cos \frac{x}{2}}\right)^2 = \left(\tan \frac{x}{2} + 1\right)^2$$

۱۷- گزینه (۴)

$$\begin{aligned} 8 \sin^2 \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2} - 2 \sin x &= 8 \sin^2 \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2} - 4 \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2} = 4 \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2} \left(2 \sin^2 \frac{x}{2} - 1\right) \\ &= 2 \sin x (-\cos x) = -\sin 2x \end{aligned}$$

۱۸- گزینه (۲)

$$\cos^2 \frac{\pi}{12} - \sin^2 \frac{\pi}{12} = \underbrace{\left(\cos^2 \frac{\pi}{12} - \sin^2 \frac{\pi}{12}\right)}_{\cos \frac{\pi}{6}} \underbrace{\left(\cos^2 \frac{\pi}{12} + \sin^2 \frac{\pi}{12}\right)}_1 = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

۱۹- گزینه (۲)

$$\begin{aligned} &= \frac{2 \sin(18^\circ - 15^\circ) - \sin(9^\circ + 15^\circ)}{\cos(36^\circ - 15^\circ) + \sqrt{3} \cos(27^\circ - 15^\circ)} = \frac{2 \sin 15^\circ - \cos 15^\circ}{\cos 15^\circ - \sqrt{3} \sin 15^\circ} = \frac{2 \sin 15^\circ - \cos 15^\circ}{\sin 15^\circ} = \frac{2 - \cot 15^\circ}{\cot 15^\circ - \sqrt{3}} \\ &= \frac{2 - (2 + \sqrt{3})}{(2 + \sqrt{3}) - \sqrt{3}} = -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{aligned}$$



۲۰- گزینه (۱)

$$(\cos 15^\circ - \cos 75^\circ)^2 + (\sin 15^\circ + \sin 75^\circ)^2 = (\cos 15^\circ - \sin 15^\circ)^2 + (\sin 15^\circ + \cos 15^\circ)^2$$

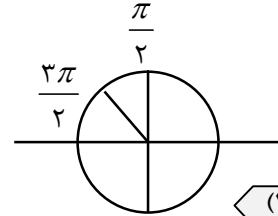
$$= 1 - 2\sin 30^\circ + 1 + 2\sin 30^\circ = 2$$

۲۱- گزینه (۲)

$$= \sqrt{(\cos^2 x - \sin^2 x)(\cos^2 x + \sin^2 x) + \sin^2 x} + \sqrt{(\sin x + \cos x)^2}$$

$$= \sqrt{\cos^2 x - \sin^2 x + \sin^2 x} + \underbrace{|\sin x + \cos x|}_{\text{مثبت}} = \underbrace{|\cos x|}_{\text{منفی}} + \underbrace{|\sin x + \cos x|}_{\text{مثبت}} = -\cos x + \sin x + \cos x = \sin x$$

$\frac{\pi}{2} < x < \frac{3\pi}{4}$	$\frac{\sqrt{2}}{2} < \sin x < 1$	$\Rightarrow 0 < \sin x + \cos x < 1$
	$-\frac{\sqrt{2}}{2} < \cos x < 0$	



۲۲- گزینه (۱)

$$\sin 12^\circ A = \sin 12^\circ \cos 12^\circ \cos 24^\circ \cos 48^\circ = \frac{1}{4} \sin 24^\circ \cos 24^\circ \cos 48^\circ = \frac{1}{4} \sin 48^\circ \cos 48^\circ$$

$$= \frac{1}{8} \sin 96^\circ = \frac{1}{8} \sin(90^\circ + 6^\circ)$$

$$\Rightarrow A(2 \sin 6^\circ \cos 6^\circ) = \frac{1}{8} \cos 6^\circ \Rightarrow A = \frac{1}{16 \sin 6^\circ}$$

۲۳- گزینه (۳)

$$\cos^2 \left(x - \frac{\pi}{4}\right) - \sin x \cos x = \frac{1 + \cos \left(2x - \frac{\pi}{2}\right)}{2} - \frac{1}{2} \sin 2x = \frac{1 + \sin 2x}{2} - \frac{\sin 2x}{2} = \frac{1}{2}$$

۲۴- گزینه (۴)

$$8 \sin^2 \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2} - 2 \sin x = 4 \left(2 \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2}\right) \sin^2 \frac{x}{2} - 2 \sin x = 4 \sin x \cdot \sin^2 \frac{x}{2} - 2 \sin x = 2 \sin x \left(2 \sin^2 \frac{x}{2} - 1\right)$$

$$= 2 \sin x (-\cos x) = -2 \sin x \cos x = -\sin 2x$$

۲۵- گزینه (۳)

$$\sin x \sin \left(\frac{\pi}{2} + x\right) \sin(\pi + x) \sin \left(\frac{3\pi}{2} + x\right) = \sin x \cos x (-\sin x) (-\cos x) = \sin^2 x \cos^2 x = (\sin x \cos x)^2$$

$$= \left(\frac{1}{2} \sin 2x\right)^2 = \frac{1}{4} \sin^2 2x = \frac{1}{4} \frac{1 - \cos 4x}{2} = \frac{1 - a}{8}$$

۲۶- گزینه (۲)

$$\alpha - \beta = \frac{\pi}{4} \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{4} + \beta \Rightarrow 2\alpha = \frac{\pi}{2} + 2\beta \Rightarrow \sin 2\alpha = \sin \left(\frac{\pi}{2} + 2\beta\right)$$

$$= \cos 2\beta = \frac{1 - \tan^2 \beta}{1 + \tan^2 \beta} = \frac{1 - \frac{1}{4}}{1 + \frac{1}{4}} = \frac{\frac{3}{4}}{\frac{5}{4}} = \frac{3}{5} = 0.6$$

۲۷- گزینه (۲)

$$\sin x + \cos x = \frac{1}{2} \xrightarrow{\text{به توان } 2} 1 + \sin 2x = \frac{1}{4} \Rightarrow \sin 2x = -\frac{3}{4} \Rightarrow \tan x + \cot x = \frac{2}{\sin 2x} = \frac{2}{-\frac{3}{4}} = -\frac{8}{3}$$

۲۸- گزینه (۱)

$$\frac{\sin x + 2 \cos x}{\sin x - 3 \cos x} = 2 \xrightarrow[\text{تقسیم}]{\text{بر } \cos} \frac{\tan x + 2}{\tan x - 3} = 2 \Rightarrow \tan x + 2 = 2 \tan x - 6 \Rightarrow \tan x = 8 \Rightarrow \cot x = \frac{1}{8}$$

$$\tan x + \cot x = \frac{1}{\sin x \cos x} = 8 + \frac{1}{8} = \frac{65}{8}$$

۲۹- گزینه (۱)

$$\frac{1 - \sin x}{1 + \sin x} = 4 \Rightarrow \frac{\left(\cos \frac{x}{2} - \sin \frac{x}{2}\right)^2}{\left(\cos \frac{x}{2} + \sin \frac{x}{2}\right)^2} = 4 \Rightarrow \left(\frac{\cos \frac{x}{2} - \sin \frac{x}{2}}{\cos \frac{x}{2} + \sin \frac{x}{2}}\right)^2 = \pm 2 \Rightarrow \tan\left(\frac{\pi}{4} - \frac{x}{2}\right) = \pm 2 \Rightarrow \frac{1 - \tan \frac{x}{2}}{1 + \tan \frac{x}{2}} = \pm 2$$

$$\Rightarrow \begin{cases} + \\ - \end{cases} \begin{cases} \frac{1 - \tan \frac{x}{2}}{1 + \tan \frac{x}{2}} = 2 \Rightarrow \begin{cases} 1 - \tan \frac{x}{2} = 2 + 2 \tan \frac{x}{2} \\ \tan \frac{x}{2} = -\frac{1}{3} \end{cases} \\ \frac{1 - \tan \frac{x}{2}}{1 + \tan \frac{x}{2}} = -2 \Rightarrow \tan \frac{x}{2} = -3 \end{cases}$$

۳۰- گزینه (۳)

$$\frac{2(1 + \sin x)}{1 + \cos x} = \frac{2\left(\sin \frac{x}{2} + \cos \frac{x}{2}\right)^2}{2 \cos^2 \frac{x}{2}} = \left(\frac{\sin \frac{x}{2} + \cos \frac{x}{2}}{\cos \frac{x}{2}}\right)^2 = \left(\tan \frac{x}{2} + 1\right)^2$$

۳۱- گزینه (۲)

$$\cos 4x = 2 \cos^2 2x - 1 = 2(1 - 2 \sin^2 x) - 1 = 2(1 + 4 \sin^4 x - 4 \sin^2 x) = 8 \sin^4 x - 8 \sin^2 x + 1$$

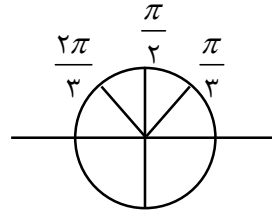
$$= A \sin^4 x + B \sin^2 x + 1 \rightarrow A = 8, B = -8 \rightarrow \frac{A}{B} = -1$$

۳۲- گزینه (۴)

$$A = \sin^2 \frac{\pi}{10} \left(\tan \frac{\pi}{20} + \cot \frac{\pi}{20}\right)^2 = \sin^2 \frac{\pi}{10} \left(\frac{2}{\sin \frac{\pi}{10}}\right)^2 = \sin^2 \frac{\pi}{10} \times \frac{4}{\sin^2 \frac{\pi}{10}} = 4$$

۳۳- گزینه (۴)

$$\frac{1 - \tan^2\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right)}{1 + \tan^2\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right)} = \cos\left(2\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right)\right) = \cos\left(\frac{\pi}{2} - 2\alpha\right) = \sin 2\alpha$$



$$\frac{\pi}{6} \leq \alpha \leq \frac{\pi}{3} \Rightarrow \frac{\pi}{3} \leq 2\alpha \leq \frac{2\pi}{3} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} \leq \sin 2\alpha \leq 1$$

۳۴- گزینه (۱)

$$\tan x = \frac{3}{2} \cot 2x \Rightarrow \tan x = \frac{3}{2 \tan 2x}$$

$$\tan x \cdot \tan 2x = \frac{3}{2} \Rightarrow \tan x \frac{2 \tan x}{1 - \tan^2 x} = \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{2 \tan^2 x}{1 - \tan^2 x} = \frac{3}{2} \Rightarrow 4 \tan^2 x = 3 - 3 \tan^2 x \Rightarrow \tan^2 x = \frac{3}{7}$$

$$\Rightarrow \cos 2x = \frac{1 - \tan^2 x}{1 + \tan^2 x} = \frac{1 - \frac{3}{7}}{1 + \frac{3}{7}} = \frac{\frac{4}{7}}{\frac{10}{7}} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$$

۳۵- گزینه (۳)

$$\tan x - \cot x = -2 \cot 2x = 4 \Rightarrow \cot 2x = -2$$

$$1 + \cot^2 2x = \frac{1}{\sin^2 2x} \Rightarrow 1 + 4 = \frac{1}{\sin^2 2x} \Rightarrow \sin^2 2x = \frac{1}{5} \Rightarrow \sin 2x = \pm \frac{\sqrt{5}}{5}$$