



مرکز پیش دانشگاهی و دبیرستان
یا فخر العلوم

به نام خدا

نام و نام خانوادگی: امتحان درس: **هندسه تحلیلی**

کلاس: **چهارم** رشته: **ریاضی** وقت امتحان: **۱۰۰** کد: **۲۵۱-۹۵۰۲۲۷**

دانش آموز عزیز شما می توانید پاسخنامه امتحان را دو ساعت پس از پایان امتحان در پورتال مدرسه ملاحظه نمایید.

www.bagheralolum.sch.ir

۱- نقاط $A(1, 0, -1), B(2, -1, 0), C(4, 3, 2)$ رئوس مثلث ABC هستند مقدار $\cos A$ را بدست آورید (۱/۵)

۲- اگر $a(1, 2, -1), b(2, 3, 1), c(-1, 3, 2)$ سه بردار در فضا باشند حجم متوازی السطوح بنا شده روی این سه بردار چه قدر است. (۱)

۳- فاصله نقطه $p(1, 2, 3)$ از خط $x = y = z$ بدست آورید. (۱/۵)

۴- نقطه M روی منحنی $(x-1)^2 + (y+3)^2 = 4$ و N را بر $(x+4)^2 + (y-9)^2 = 1$ انتخاب میکنیم بیشترین فاصله MN را بدست آورید. (۱/۵)

۵- معادله یک هذلولی را بنویسید که نقاط $F(6, 1), F(-4, 1)$ کانون های آن بوده و طول قطر کانونی آن ۸ باشد. (۱/۵)

۶- فاصله کانونی در هذلولی $3x^2 + 10xy + 3y^2 = 8$ را بدست آورید. (۱/۵)

۷- فقط با استفاده از Δ نوع مقطع مخروطی $2x^2 + xy + y^2 = 1$ را تعیین کنید. (۱)

۸- اگر $A^2 = 3A$ حاصل A^{1395} را بدست آورید (۱/۵)

۹- اگر $A = \begin{Bmatrix} a & \\ & a \end{Bmatrix}$ حاصل $(A^t + A)^t$ را بدست آورید. (۱/۵)

۱۰- تبدیل خط $2x - y = 3$ تحت ماتریس $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$ را بدست آورید (۱/۵)

۱۱- در دترمینان $\begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 \\ -3 & a & 1 \\ 4 & 2 & -2 \end{vmatrix}$ مقدر a را چنان بیابید که اگر به عنصر واقع در سطر سوم و ستون سوم ۴ واحد اضافه شود مقدار دترمینان تغییر نکند. (۱/۵)

۱۲- اگر برای ماتریس مربع A داشته باشیم $A^2 - 2A - 3I = 0$ وارون A را بدست آورید. (۱/۵)

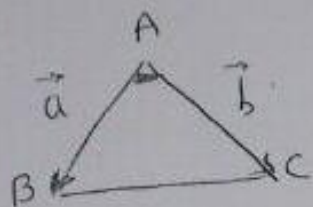
۱۳- درایه سطر اول و ستون سوم وارون $A = \begin{bmatrix} a & d & f \\ b & e & \cdot \\ c & \cdot & \cdot \end{bmatrix}$ را بدست آورید. (۱/۵)

۱۴- دستگاه سه معادله سه مجهولی زیر را به روش حذفی گaus حل کنید. (۲)

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 1 \\ 2x_1 + 4x_3 = 2 \\ -x_1 - 3x_2 + 6x_3 = 3 \end{cases}$$

کتاب آزمون مدرسه کلین چاه ریاضی

صرا



$$\begin{cases} \vec{a} = \vec{AB} = (1, -1, 1) \\ \vec{b} = \vec{AC} = (2, 2, 2) \end{cases} \rightarrow \cos \hat{A} = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| |\vec{b}|} = \frac{2}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{1}{3} \quad (1)$$

$$\begin{cases} V = |\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c})| = |(1, 2, -1) \cdot (2, -5, 9)| = |2 - 1 - 9| = 16 \\ \vec{b} \times \vec{c} = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 1 \\ -1 & 2 & 2 \end{pmatrix} = (2, -5, 9) \end{cases} \quad (2)$$

$$\begin{matrix} x=y=z \\ P=(0,0,0) \end{matrix} \quad \begin{matrix} L=(1,1,1) \\ P \cdot P=(1,2,2) \end{matrix} \quad x=(1,-2,1) \quad \text{جواب} = \frac{|L \times P|}{|L|} = \frac{\sqrt{8}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{24}}{3} \quad (3)$$

$$\begin{cases} O(1, -2), R=2 \\ O'(-2, 9), R'=1 \end{cases}, OO'=13 \Rightarrow \text{جواب} = OO' + R + R' = 13 + 2 + 1 = 16 \quad (4)$$

$$\begin{cases} F(4, 1) \rightarrow \text{افقی} \rightarrow x^2 + y^2 + z^2 = 1 \\ F'(-2, 1) \rightarrow FF' = 2c = 1 \rightarrow c = 0.5 \\ 2a = 1 \rightarrow a = 0.5 \Rightarrow b = 1 \end{cases} \Rightarrow \frac{(x-1)^2}{16} - \frac{(y-1)^2}{9} = 1 \quad (5)$$

$$2x^2 + 1 - 2xy + 2y^2 = 1 \quad x^2 = y^2 \rightarrow \theta = 45^\circ \rightarrow \begin{cases} x = \frac{\sqrt{2}}{2}(x-y) \\ y = \frac{\sqrt{2}}{2}(x+y) \end{cases} \rightarrow \text{ج} \\ \frac{2}{2}(x^2 + y^2 - 2xy) + \frac{1}{2}(x^2 - y^2) + \frac{2}{2}(x^2 + y^2 + 2xy) = 1 \\ \Rightarrow 14x^2 - 4y^2 = 14 \xrightarrow{\div 14} \frac{x^2}{1} - \frac{y^2}{4} = 1 \Rightarrow c = 5 \Rightarrow 2c = 2\sqrt{5} \quad (6)$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 1 - 4 \times 2 \times 1 = -7 < 0 \Rightarrow \text{معادله بی‌حقیقت است} \quad (7)$$

$$A^2 = 2A \rightarrow A^3 = A^2 \cdot A = 2A \cdot A = 2^2 A^2 = 2^3 A \Rightarrow A = 2^3 A \quad (8)$$

$$A^t = A \Rightarrow (A^t + A)^t = (2A)^t = 2^t A^t = 2^t A \quad (9)$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ \cdot & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} 2x + y = x' \rightarrow 2x = x' - y \\ -2y = y' \rightarrow y = -\frac{y'}{2} \end{cases} \xrightarrow{\text{ع}} 2x = x' + \frac{y'}{2} \quad (10)$$

$$\frac{(10), (9)}{\text{ع}} \quad x' + \frac{y'}{2} + \frac{y'}{2} = 2 \Rightarrow \boxed{x' + y' = 2} \quad (11)$$

۲۳

چون مقدار در میان تغییر می کند، داریم: (۱۱)

$$\begin{vmatrix} ۲ & ۱ \\ -۳ & a \end{vmatrix} = ۰ \Rightarrow ۲a + ۳ = ۰ \Rightarrow a = -\frac{۳}{۲}$$

$$A^۲ - ۲A - ۳I = ۰ \Rightarrow A(A - ۲I) = ۳I \xrightarrow{\div ۳} \quad (۱۲)$$

$$A \cdot \left(\frac{A - ۲I}{۳} \right) = I \Rightarrow \boxed{A^{-۱} = \frac{A - ۲I}{۳}}$$

$$\begin{cases} A^{-۱}_{۱۳} = \frac{A_{۳۱}}{|A|} = \frac{-ef}{-cef} = \frac{1}{c} \\ ۳ \times ۳ \text{ متری } A \Rightarrow |A| = -cef, \quad A = -ef_{۳۱} \end{cases} \quad (۱۳)$$

ماتریس افزوده = $\left[\begin{array}{ccc|c} ① & ۳ & -۲ & ۱ \\ ۲ & ۰ & ۳ & ۲ \\ -۱ & -۳ & ۶ & ۳ \end{array} \right]$ (۱۴)

$$\begin{cases} -۲R_۱ + R_۲ \rightarrow R_۲ \\ R_۱ + R_۳ \rightarrow R_۳ \end{cases}$$

$$= \left[\begin{array}{ccc|c} ۱ & ۳ & -۲ & ۱ \\ ۰ & -۶ & ۸ & ۰ \\ ۰ & ۰ & ۳ & ۴ \end{array} \right] \begin{array}{l} \rightarrow x_۱ + ۳ - ۲ = 1 \Rightarrow \boxed{x_۱ = -1} \\ \rightarrow -۶x_۲ + ۸ = ۰ \Rightarrow \boxed{x_۲ = \frac{۴}{۳}} \\ \rightarrow ۳x_۳ = ۴ \Rightarrow \boxed{x_۳ = 1} \end{array}$$

متری ✓