

مدت پاسخگویی: ۱۰۰ دقیقه

تاریخ امتحان: ۹۳/۱۰ /

نام دبیر: آقای هاشمی زاده

نمره:

امضاء دبیر:

به نام دلتای توانا
اداره آموزش و پرورش ناحیه ۴ مشهد



مؤسسه آموزشی تربیت علامه طباطبائی

دبیرستان پسرانه علامه طباطبائی

متوسط ۲

نام و نام خانوادگی:

شماره صندلی:

نام امتحان: هندسه تحلیلی

پایه - رشته: چهارم متوسطه ۲ - ریاضی

شماره کلاس:

تعداد صفحه: ۴

سوالات

۱ اگر دو بردار $\vec{a} = (2m - 1, 3m + 2, n - m)$ و $\vec{b} = (2, 4, 0)$ موازی باشند مقادیر m و n را به دست آورید (انمره)

۲ در مثلث متساوی الاضلاع ABC اگر طول ضلع آن ۴ واحد باشد مطلوب است محاسبه $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$ و $\vec{BC} \cdot \vec{AC}$ (انمره)

۳ عبارت $2\vec{i} \cdot (\vec{j} \times \vec{k}) + 3\vec{j} \cdot (\vec{i} \times \vec{k}) + 4\vec{k} \cdot (\vec{i} \times \vec{j})$ را ساده کنید. (۰/۷۵ انمره)

۴ اگر $\vec{a} = 2\vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}$ و $\vec{b} = \vec{i} - \vec{j}$ باشند. (۵/انمره)
الف) زاویه بین دو بردار \vec{a}, \vec{b} را تعیین کنید.
ب) تصویر قائم بردار \vec{a} را روی امتداد بردار \vec{b} را تعیین کنید.

۵ مقدار m را طوری بیابید که زاویه بین دو بردار $\vec{a} = (m, -1, 2)$ و $\vec{b} = (1, -1, 0)$ برابر 45° باشد (۵/انمره)

جمع بارم صفحه ۵/۷۵ نمره

توجه: ادامه ی سوالات در صفحه ی دوم است

۶

معادله خطی را بنویسید که از نقطه $M(-1, 2, 3)$ گذشته و با محور x زاویه $\text{ArcCos} \frac{2}{3}$ و با محور y زاویه $\text{ArcCos} \frac{1}{3}$ بسازد. (انمره)

۷

فاصله نقطه $A(1, 2, -3)$ از خط به معادله ی $D: \begin{cases} \frac{x-2}{3} = \frac{y}{4} \\ z = -1 \end{cases}$ را بدست آورید؟ (انمره)

۸

معادله صفحه ای را بنویسید که شامل دو خط $D: \frac{x-2}{2} = \frac{y-2}{2} = z$ و $D': \frac{x}{2} = \frac{y-3}{2} = z$ باشد؟ (۲۵/ انمره)

۹

دو خط به معادلات $D: x-2 = \frac{y+3}{k} = \frac{z+2}{3}$ و $D': (x=2t-1, y=t+1, z=t-1)$ متقاطع باشند مقدار k را بدست آورید؟ (انمره)

معادله صفحه ای را بنویسید که با دو خط $L: x = \frac{y}{2} = \frac{z}{3}$ و $L': \frac{x-1}{2} = -y = 1-z$ موازی باشد و محور طول ها را در نقطه ای به طول ۳ قطع کند. (انمره)

۱۰

فاصله دو صفحه $P: 2x - y + 3z = 1$ تا $P': 4x - 2y + 6z = 7$ را بدست آورید؟ (انمره)

۱۱

معادله دایره ای را بنویسید که نقاط $A(1,3)$ و $B(5,-7)$ دو سر قطرش باشد؟ (انمره)

۱۲

ابتداء نشان دهید که مکان هندسی نقاطی از صفحه که فاصله آنها از نقطه ی $A(1,3)$ ، $\sqrt{2}$ برابر فاصله آنها از نقطه ی $B(-2,4)$ باشند ، یک دایره است ؟ سپس مختصات مرکز و شعاع این دایره را تعیین کنید؟ (۵/انمره)

۱۳

معادله دایره ای را بنویسید ، که در ربع دوم بر محورهای مختصات مماس باشد و مرکزش روی خط $2x - y + 6 = 0$ قرار داشته باشد؟ (انمره)

۱۴

جمع بارم صفحه ۵/۵ نمره

توجه : ادامه ی سوالات در صفحه ی چهارم است

۱۵ معادله بیضی را بنویسید که $F(1,0)$ و $F'(1,4)$ دو کانون آن و از نقطه $M(-2,4)$ بگذرد؟ (۵/نمره)

۱۶ نقاط رئوس و کانون ها و خروج از مرکز معادله ی زیر را بدست آورید . (۲نمره)

$$4x^2 + y^2 + 8x - 2y - 11 = 0$$

۱۷ معادله سهمی را بنویسید که رأس $S(2,3)$ و کانون آن $F(2,1)$ باشد (نمره)

ج -۱

$$\begin{cases} n - m = 0 \rightarrow n = m \rightarrow n = 4 \\ \frac{2m - 1}{2} = \frac{3m + 2}{4} \Rightarrow m = 4 \end{cases}$$

-۲

$$\vec{AB} \cdot \vec{AC} = (AB(AC)) \cos 60 = 4 \times 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 8\sqrt{3}$$

$$\vec{AC} \cdot \vec{BC} = 4 \times 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 8\sqrt{3}$$

-۳

$$2i \cdot (j \times k) + 3j \cdot (i \times k) + 4k \cdot (i \times j) = 3|i|^2 - 3|j|^2 + 4|k|^2 = 4$$

-۴

$$\text{الف) } \cos \theta = \frac{a \cdot b}{|a||b|} = \frac{2+1}{\sqrt{9} \times \sqrt{2}} = \frac{3}{3\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \rightarrow \theta = \frac{\pi}{3}$$

$$\text{ب) } a' = \left(\frac{a \cdot b}{|b|^2} \right) b = \left(\frac{3}{2} \right) (1, -1, 0) = \left(\frac{3}{2}, -\frac{3}{2}, 0 \right)$$

-۵

$$\cos \theta = \frac{a \cdot b}{|a||b|} \Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{m+1}{\sqrt{2} \times \sqrt{m^2+m}} \xrightarrow{\text{توان ۲}} m^2 + 5 = (m+1)^2$$

$$\Rightarrow m^2 + 5 = m^2 + 2m + 1$$

$$\Rightarrow \boxed{m = 2}$$

-۶

$$\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1 \Rightarrow \frac{4}{9} + \frac{1}{9} + \cos^2 \gamma = 1$$

$$\Rightarrow \cos^2 \gamma = \frac{4}{9} \rightarrow \cos \gamma = \pm \frac{2}{3}$$

$$\vec{u}(\cos \alpha, \cos \beta, \cos \gamma) = \left(\frac{2}{3}, \frac{1}{3}, \pm \frac{2}{3} \right) \xrightarrow{\times 3} u(2, 1, \pm 2)$$

$$\frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{\pm 2}$$

-٧

$$\begin{cases} a(3,4,0) \\ B(2,0,-1) \end{cases} \quad \overrightarrow{AB} = (1, -2, 2)$$

$$\overrightarrow{AB} \times \vec{a} = (-8, 6, 14) \Rightarrow h = \frac{|\overrightarrow{AB} \times \vec{a}|}{|\vec{a}|} = \frac{\sqrt{200}}{5} = \frac{10\sqrt{2}}{5} = 2\sqrt{2}$$

-٨

$$\begin{cases} u(2,2,1) \\ A(2,3,0) \\ B(0,2,0) \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{AB} = (-2, -1, 0)$$

$$\vec{?} = \overrightarrow{AB} \times \vec{a} = (-1, 2, -2)$$

$$P: -1(x-0) + 2(y-2) - 2(z-0) = 0 \rightarrow P: -x + 2y - 2z - 4 = 0$$

-٩

$$D' \xrightarrow{D} 2t - 1 - 2 = \frac{t+1+3}{k} = \frac{t-1+2}{3} \Rightarrow 2t - 3 = \frac{t+4}{k} = \frac{t+1}{3}$$

$$2t - 3 = \frac{t+1}{3} \Rightarrow 6t - 9 = t + 1 \Rightarrow t = 2$$

$$2t - 3 = \frac{t+4}{3} \xrightarrow{t=2} 1 = \frac{6}{k} \rightarrow k = 6$$

-١٠

$$\begin{cases} u(2, -1, -1) \\ u'(2, -1, -1) \end{cases} \Rightarrow n = \vec{u} \times \vec{u}' = (1, 7, -5)$$

$$A(3,0,0) \rightarrow P: (x-1) + 7(y-0) - 5(z-0) = 0$$

$$\Rightarrow P: x + 7y - 5z - 1 = 0$$

-١١

$$\begin{cases} P: 2x - y + 3 = 1 \xrightarrow{\times 2} 4x - 2y + 6z = 2 \\ P': 4x - 2y + 6z = 7 \end{cases}$$

$$\text{فاصله دو صفحه} = \frac{|2-7|}{\sqrt{16+4+36}} = \frac{5}{\sqrt{56}}$$

-١٢

$$O \text{ مرکز} = \frac{A+B}{2} = (3, -2)$$

$$R = OA = \sqrt{(3-1)^2 + (-2-3)^2} = \sqrt{29}$$

$$(x-3)^2 + (y+2)^2 = 29$$

-۱۳

$$M(x, y) \Rightarrow MA = \sqrt{2} MB \Rightarrow \sqrt{(x-1)^2 + (y-3)^2} = \sqrt{2} \left(\sqrt{(x+2)^2 + (y-2)^2} \right)$$

$$\Rightarrow x^2 - 2x + 1 + y^2 - 6y + 9 = 2(x^2 + 4x + x + y^2 - 8y + 16)$$

$$\Rightarrow x^2 + y^2 + 10x - 10y + 30 = 0 \rightarrow \begin{cases} O(-5,5) \\ R = \frac{1}{2} \sqrt{100 + 100 - 120} = 2\sqrt{5} \end{cases}$$

-۱۴

$$\Rightarrow O(-R, R)$$

$$2x - y + 6 = 0 \longrightarrow -2R + R + 6 = 0 \rightarrow R = 2$$

$$(x+2)^2 + (y-2)^2 = 4$$