

نام خانوادگی:	وزارت آموزش و پرورش	نام درس: هندسه تحلیلی
کلاس: چهارم	اداره کل آموزش و پرورش شهرستان	نام دبیره: آقای اسپهرم
رشته: ریاضی	آموزش و پرورش منطقه ۱۱ تهران	تاریخ امتحان: ۹۳/۱۰/۱۵
شماره صندلی:	دبیرستان و پیش‌دانشگاهی غیردولتی پسران سرای دانش انقلاب	ساعت امتحان: ۸ صبح
	امتحانات پایان نیمسال اول سال تحصیلی ۹۴-۹۳	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه

ردیف	سوالات	نمره
۱	اگر فاصله نقطه $A$ از صفحه $YOZ$ و محور $Y$ ها به ترتیب برابر ۳ و ۵ باشد، فاصله آن از صفحه $XOY$ را به دست آورید.	۱
۲	نقاط $A(1, -3, 7)$ و $B(2, -5, 10)$ مفروضند. اگر $\vec{MA} = \frac{2}{3}\vec{MB}$ باشد، آن گاه مختصات نقطه $M$ را به دست آورید.	۱/۵
۳	اگر $ \vec{a}  = 2$ ، $ \vec{b}  = 4$ و $ \vec{a} + \vec{b}  = 2\sqrt{6}$ باشد، $ \vec{a} - \vec{b} $ را به دست آورید؟	۱
۴	اگر زاویه‌ای که بردار $\vec{V}$ با محور $Y$ ها و $Z$ ها می‌سازد، به ترتیب برابر $\frac{\pi}{6}$ و $\frac{\pi}{3}$ باشد، بردار یکه در راستای $\vec{V}$ را بدست آورید.	۲
۵	دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ به طول‌های ۳ و ۴ واحد با یکدیگر زاویه‌ی ۳۰ درجه می‌سازند. مساحت مثلثی که بر روی دو بردار $\vec{a} - 2\vec{b}$ و $3\vec{a} + 2\vec{b}$ تولید می‌شود، کدام است؟	۲
۶	اگر $3x - 2y + z = 8$ باشد، آن گاه حداقل $2\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ را بدست آورید؟	۱/۵
۷	دو خط $d: x - 3 = \frac{y}{2} = \frac{z+1}{2}$ و $d': x = 2y + 9 = 3z + 22$ نسبت بهم چه حالتی دارند؟	۲
۸	فاصله‌ی بین دو خط $d: \frac{x}{2} = y = -z$ و $d': \frac{x+1}{4} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+1}{-2}$ را بدست آورید.	۲
۹	معادله‌ی خطی را بنویسید که از نقطه $A(1, 2, 3)$ گذشته و بر محور $Z$ ها عمود بوده و آن را قطع کند.	۱/۵
۱۰	معادله صفحه شامل خط $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{3} = z$ و عمود بر صفحه $P: 2x - y + 3z + 2 = 0$ را بنویسید.	۱/۵
۱۱	مختصات نقطه تلاقی خط $d: \frac{x+1}{2} = 2y + 1 = \frac{z+3}{2}$ با صفحه $x + 3y + z = 0$ را بدست آورید.	۲
۱۲	معادله دایره‌ای را بنویسید که خطوط $y = x + 1$ و $2x = y$ شامل دو قطر آن بوده و بر خط $2x - 3y + 3 = 0$ مماس باشد.	۲
	جمع نمره	۲۰

عزیزانم امیدوارم امتحان خوبی داشته باشید.

باسخنامه هندسه تحلیلی

جواب سؤال ۱-

$|x| = 3$  : فاصله صفحه  $YOZ$

فاصله  $A$  از محور  $y$ :  $\sqrt{x^2 + z^2} = 5 \rightarrow x^2 + z^2 = 25 \rightarrow 9 + z^2 = 25 \rightarrow z^2 = 16 \rightarrow Z = \pm 4 \rightarrow |Z| = 4$

فاصله  $A$  از محور  $xoy$ :  $|Z| = 4$

جواب سؤال ۲-

$\vec{MA} = \frac{2}{3}\vec{MB} \Rightarrow 3\vec{MA} = 2\vec{MB} \rightarrow 3(A - M) = 2(B - M) \Rightarrow 3A - 3M = 2B - 2M \rightarrow M = 3A - 2B \Rightarrow M = (3, -9, 21) - (4, -10, 20) \Rightarrow M = (-1, 1, 1)$

جواب سؤال ۳-

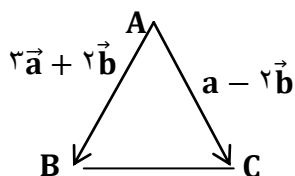
$|\vec{a}| = a = 2 \quad |\vec{b}| = b = 4 \quad |\vec{a} - \vec{b}| = ?$   
 $2^2 + |\vec{a} - \vec{b}|^2 = 2(4 + 16) \rightarrow |\vec{a} - \vec{b}|^2 = 40 - 24 = 16 \rightarrow |\vec{a} - \vec{b}| = 4$

جواب سؤال ۴-

$\beta = \frac{\pi}{2} \rightarrow \cos\beta = 0 \quad e_{\vec{a}} = (\cos\alpha, \cos\beta, \cos\gamma) = \left(\pm \frac{1}{2}, 0, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$   
 $\gamma = \frac{\pi}{6} \rightarrow \cos\gamma = \frac{\sqrt{3}}{2}$   
 $\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma = 1 \rightarrow \cos^2\alpha + 0 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = 1 \rightarrow \cos^2\alpha = \frac{1}{4} \rightarrow \cos\alpha = \pm \frac{1}{2}$

جواب سؤال ۵-

$|\vec{a}| = 3$   
 $|\vec{b}| = 4$   
 $\alpha = 30^\circ$



$S = \frac{1}{2} |(3\vec{a} + 2\vec{b}) \times (\vec{a} - 2\vec{b})| =$   
 $\frac{1}{2} |3(\vec{a} \times \vec{a}) - 6(\vec{a} \times \vec{b}) + 2(\vec{b} \times \vec{a}) - 4(\vec{b} \times \vec{b})| =$   
 $\frac{1}{2} |-8(\vec{a} \times \vec{b})| = 4|\vec{a} \times \vec{b}| = 4|\vec{a}||\vec{b}|\sin\alpha = 24$

جواب سؤال ۶-

$ax + by + cz = k \rightarrow \text{Min}(x^2 + y^2 + z^2) = \frac{k^2}{a^2 + b^2 + c^2} \Rightarrow \text{Min}(x^2 + y^2 + z^2) =$   
 $\frac{64}{9 + 4 + 1} = \frac{64}{14} = \frac{32}{7} \Rightarrow \text{Min}\sqrt{x^2 + y^2 + z^2} = 2\sqrt{\frac{32}{7}}$

جواب سؤال ۷-

$d : \rightarrow u(1, 2, 2) \quad \frac{1}{1} = \frac{2}{\frac{1}{2}} \Rightarrow 1 \neq 4 \rightarrow u \nparallel u'$  یا متناظرند یا متقاطع

$d' : \rightarrow u'(1, \frac{1}{2}, \frac{1}{2})$

$d: \begin{cases} \frac{x-3}{1} = t \\ \frac{y}{2} = t \\ \frac{z+1}{2} = t \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = t + 3 \\ y = 2t \\ z = 2t - 1 \end{cases} \rightarrow \textcircled{1} + 3 = 2(\textcircled{2}) + 9 = 2(\textcircled{3} - 1) + 22$

$$\textcircled{1} = \textcircled{2} \longrightarrow t + 3 = 4t + 9 \rightarrow 3t = -6 \rightarrow t_1 = -2$$

$$\textcircled{1} = \textcircled{3} \longrightarrow t + 3 = 6t + 19 \rightarrow 5t = -16 \rightarrow t_2 = -\frac{16}{5}$$

متنافرند  $t_1 \neq t_2$

جواب سؤال ۸ -

$$d: \frac{x}{2} = y = -z \begin{cases} \vec{u}(2, 1, -1) \\ \vec{A}(0, 0, 0) \end{cases}$$

$$\vec{AB} = B - A = (-1, 2, -1)$$

$$\vec{u} = (2, 1, -1)$$

$$d': \frac{x+1}{4} = \frac{y-2}{2} \begin{cases} \vec{u}': (4, 2, -2) \\ \vec{B}(-1, 2, 1) \end{cases}$$

$$|\vec{AB} \times \vec{u}| = \sqrt{1 + 9 + 25} = \sqrt{35}$$

$$|\vec{u}'| = \sqrt{4 + 1 + 1} = \sqrt{6}$$

$$\longrightarrow d = \frac{|\vec{AB} \times \vec{u}'|}{|\vec{u}'|} = \frac{\sqrt{35}}{\sqrt{6}}$$

جواب سؤال ۹ -

$$u = (p, q, 0) \rightarrow \frac{x-x_0}{p} = \frac{y-y_0}{q}, z = z_0 \quad A = (1, 2, 3) \Rightarrow \frac{x-1}{p} = \frac{y-2}{q}, z = 3$$

محل برخورد با محور Xها

$$\vec{B} = (0, 0, 3)$$

$$\vec{AB} \text{ یا } \vec{BA} \rightarrow \vec{u}(1, 2, 0)$$

$$\longrightarrow \frac{x}{1} = \frac{y}{2}, z = 3$$

جواب سؤال ۱۰ -

$$\vec{n}(2, -1, 3)$$

$$\longrightarrow \vec{n}' = \vec{n} \times \vec{u} = (-10, 4, 8) \text{ یا } (10, -4, -8) \text{ یا } (5, -2, -4) \rightarrow x - y - z = 5(1) - 2(-1) - 4(0)$$

$$\vec{u}(2, 3, 1) \quad \Delta x - 2y - 4z = 7$$

جواب سؤال ۱۱ -

$$d: \begin{cases} \frac{x+1}{2} = t \\ 2y+1 = t \\ \frac{z+3}{2} = t \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} x = 2t - 1 \\ y = \frac{t-1}{2} \\ z = 2t - 3 \end{cases} \longrightarrow M\left(t-1, \frac{1}{2}t - \frac{1}{2}, 2t-3\right) \xrightarrow{x+2y+z=0}$$

$$2t-1 + 2\left(\frac{1}{2}t - \frac{1}{2}\right) + 2t-3 = 0 \rightarrow \frac{11t}{2} = \frac{11}{2} \rightarrow t = 1$$

$$\Rightarrow M(1, 0, -1)$$

جواب سؤال ۱۲ -

$$\begin{cases} y = x + 1 \\ y = 2x \end{cases} \longrightarrow x = x + 1 \rightarrow x = 1 \Rightarrow y = 2 \rightarrow \mathbf{O} \begin{vmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{vmatrix} \quad 2x - 3y + 3 = 0 \quad \mathbf{O} \begin{vmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{vmatrix} \rightarrow d = \frac{|2(1) - 3(2) + 3|}{\sqrt{4+9}} =$$

$$\frac{1}{\sqrt{13}} = R \Rightarrow (x - \alpha)^2 + (y - \beta)^2 = R^2 \rightarrow (x - 1)^2 + (y - 2)^2 = \frac{1}{13}$$