

نام درس: ریاضیات گسسته

نام دبیر: کریمی

تاریخ امتحان: ۲۰ / ۱۰ / ۱۳۹۳

ساعت امتحان: ۸ صبح / عصر

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه

جمهوری اسلامی ایران

اداره ی کل آموزش و پرورش شهرستان تهران

اداره ی آموزش و پرورش شهرستان تهران

دسرستان، غمردولت، دتهران

نام و نام خانوادگی:

مقطع و رشته: چهارم ریاضی

نام پدر:

شماره داوطلب:

تعداد صفحه سؤال: ۱ صفحه

ردیف	سؤالات	محل مهر یا امضاء مدیر
۱	گراف ساده را تعریف کنید.	۱
۲	ثابت کنید در هر گراف ساده تعداد رئوس فرد همواره زوج است.	۱
۳	در کدام گراف کامل مرتبه نصف اندازه است؟	۱
۴	در گرافی از مرتبه ۱۰ اگر دو راس درجه $\delta = 2$ داشته باشیم حداکثر اندازه کدام است؟	۱
۵	در گراف کامل مرتبه $p = 6$ بین ۲ راس مفروض a و b چند مسیر به طول ۳ و ۴ داریم؟	۲
۶	در یک درخت ثابت کنید بین هر دو راس دقیقاً یک مسیر وجود دارد.	۱
۷	اگر M ماتریس متناظر با گراف کامل مرتبه P باشد در ماتریس M^2 مجموع کل درایه ها کدام است؟	۲
۸	اصل خوش ترتیبی و اصل استقراء را بیان کنید. «فقط تعریف»	۱
۹	ثابت کنید.	۲
	الف) $a b, b c \Rightarrow a mb + nc$ ب) $a a, b \neq 0 \Rightarrow a \leq b $	
۱۰	منحنی $y = \frac{5x + 2}{x - 2}$ چند نقطه با مختصات طبیعی دارد؟	۲
۱۱	در تقسیم عدد صحیح زوج a بر ۳۱ باقیمانده برابر ۱۷ است. باقیمانده تقسیم $\frac{a}{2}$ بر ۳۱ چیست؟	۲
۱۲	عدد $(\overline{1ab})_{12}$ چه عددی در مبنای ۱۵ است؟	۱
۱۳	ثابت کنید بی نهایت عدد اول داریم.	۲
۱۴	ثابت کنید مربع هر عدد فرد را می توان به صورت $8g + 1$ نوشت.	۱

جمع بارم: ۲۰ نمره

بایاد خدادل ها آرام می گیرد و مطمئن باشید به شما کمک خواهد کرد.



ن. س.	راهنمای تصحیح	صفحه:	محل مهر یا امضاء مدیر
۱	به مجموعه $G = (V, E)$ که در آن V مجموعه ای متناهی و نامتناهی از نقاط و E زیر مجموعه از مجموعه تمام زیر مجموعه های V است یک گراف ساده می گوئیم		
۲	<p>مجموع تمام درجات زوج $A =$</p> <p>مجموع تمام درجات فرد $B =$</p> <p>زوج=زوج-زوج $B = 2q - A$ $\Rightarrow A + B = 2q$</p> <p>B جمع مقداری عدد فرد است که جمع آنها زوج شده پس مقدار آنها زوج است</p>		
۳	$q = \frac{p(p-1)}{2} \Rightarrow 2p = \frac{p(p-1)}{2} \Rightarrow p-1 = 4 \Rightarrow p = 5$		
۴	<p>کافی است ۲ راس درجه $\delta = 2$ را کنار بگذاریم ۸ راس باقی حداکثر $q = \frac{8 \times 7}{2} = 28$ یال دارند با اضافه کردن ۲ راس درجه ۲ داریم.</p> <p>$q = 28 + 4 = 32$</p>		
۵	<p>مسیر به طول m دنباله ای متشکل از $m+1$ راس است.</p> <p>$m = 3 \Rightarrow a \square \square \square b \Rightarrow 4 \times 3 = 12$</p> <p>$m = 4 \Rightarrow a \square \square \square \square b \Rightarrow 4 \times 3 \times 2 = 24$</p>		
۶	چون درخت گرافی همبند است، بین هر دو راس حداقل یک مسیر داریم. حال اگر بین دو راس مسیر دیگری نیز باشد. این دو مسیر با هم تشکیل یک دور می دهند که تناقض است		
۷	<p>درایه های روی قطر اصلی در M^2 برابر $p-1$ و مابقی برابر $p-2$ است پس در هر سطر یک درایه $p-1$ داریم و باقی درایه ها برابر $p-1$ است</p> <p>مجموع درایه های دو سطر $= (p-1) + (p-1)(p-2) = (p-1)(1+p-2) = (p-1)(p-1) = (p-2)^2$</p> <p>چون p راس داریم پس مجموع کل: $p(p-1)^2$</p>		
۸	<p>اصل خوش ترتیبی: هر زیر مجموعه نامتناهی از اعداد طبیعی دارای عضو ابتدا است</p> <p>$1 \in A \quad \vdots \quad (1)$</p> <p>$\forall k \in A \Rightarrow (k+1) \in A \quad (2)$</p> <p>اصل استقراء: اگر $A \subseteq N$ و در دو شرط</p> <p>صدق کند آنگاه $A = N$</p>		
۹	<p>$a b \Rightarrow a mb \Rightarrow mb = aq$</p> <p>$\Rightarrow mb + nc = a(q + q') = aq''$</p> <p>$a c \Rightarrow a nc \Rightarrow nc = aq'$</p> <p>$(ب) b = a q \Rightarrow \begin{cases} q = 1 \Rightarrow a = b \\ q > 1 \Rightarrow a < b \end{cases} \Rightarrow a \leq b$</p>		

$y = \frac{5x+2}{x-2} \Rightarrow \begin{array}{l} x-2 \mid 5x+2 \\ x-2 \mid x-2 \end{array} \Rightarrow \begin{cases} x-2 \mid 5x+2 \\ x-2 \mid 5x-10 \end{cases} \Rightarrow x-2 \mid 12$ $x-2 = \pm 1, \quad x-2 = \pm 2, \quad x-2 = \pm 4, \quad x-2 = \pm 6, \quad x-2 = \pm 12$ $x \in \mathbb{N} \Rightarrow x = 1, \quad x = 3, \quad x = 4, \quad x = 6, \quad x = 8, \quad x = 14$	۱۰
$a = 31q + 17 \quad a = \text{زوج} \Rightarrow 31q + 17 = \text{باید زوج باشد}$ $a = 31(2k + 1) + 17 = 31(2k) + 31 + 17$ $a + 31(2k) + 48 \Rightarrow \frac{a}{2} = 31k + 24 \Rightarrow r = 24$ <p style="text-align: right;">پس $q = 2k + 1$</p>	۱۱
$(\sqrt{ab})12 = b + 12a + 1 \times 12^2 = 11 + 120 + 144 = 275$ <p>ابتدا به مبنای ۱۰ می‌بریم با تقسیمات متوالی به مبنای ۱۵ می‌بریم</p>	۱۲
<p>قضیه کتاب</p>	۱۳
$n = 2k + 1 \Rightarrow n^2 = (2k + 1)^2 = 4k^2 + 4k + 1 = 4k(k + 1) + 1$ <p>چون حاصل هر دو عدد صحیح متوالی همواره زوج است با فرض $k(k + 1) = 2q$ داریم</p> $n^2 = 4(2q) + 1 \Rightarrow n^2 = 8q + 1$	۱۴